

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**УТВЕРЖДАЮ**

Председатель экспертной комиссии

\_\_\_\_\_ Барбаков О.М.

«\_» \_\_\_\_\_ 2024г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

дисциплины: Математический анализ

направление подготовки:

**09.03.04 Программная инженерия**

форма обучения:

очная

Фонд оценочных средств рассмотрен  
на заседании кафедры Математики и прикладных ИТ

Протокол №

## 1. Формы аттестации по дисциплине

1.1. Форма промежуточной аттестации: *экзамен*.

Способ проведения промежуточной аттестации: *письменный экзамен*.

1.2. Формы текущей аттестации:

Таблица 1.1

№ п/п	Форма обучения		
	ОФО	ЗФО	ОЗФО
1	Учебный спринт 1	-	-
2	Учебный спринт 2	-	-
3	Учебный спринт 3	-	-
4	Учебный спринт 4	-	-
5	Учебный спринт 5	-	-
6	Учебный спринт 6	-	-
7	Учебный спринт 7	-	-
8	Учебный спринт 8	-	-
9	Расчетная работа № 1 на тему: «Неопределённый интеграл»	-	-
10	Расчетная работа № 2 на тему: «Неопределённый интеграл»	-	-
11	Расчетная работа № 3 на тему: «Определённый и несобственный интеграл»	-	-
12	Расчетная работа № 4 на тему: «Числовые и степенные ряды»	-	-
13	Расчетная работа № 5 на тему: «Дифференциальные и разностные уравнения»	-	-

## 2. Результаты обучения по дисциплине, подлежащие проверке при проведении текущей и промежуточной аттестации

Таблица 2.1

№ п/п	Структурные элементы дисциплины		Код результата обучения по дисциплине	Оценочные средства	
	Номер раздела	Дидактические единицы (предметные темы)		Текущая аттестация	Промежуточная аттестация
1	1	Предел числовой последовательности	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 1	Экзаменационные вопросы и задания
2	2	Предел числовой функции	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 2	Экзаменационные вопросы и задания
3	3	Непрерывные функции	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 3	Экзаменационные вопросы и задания
4	4	Производные и дифференциалы	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 4	Экзаменационные вопросы и задания
5	5	Основные теоремы о дифференцируемых функциях	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 5 Учебный спринт 6	Экзаменационные вопросы и задания
6	6	Правила Лопиталья Формула Тейлора Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций	31, 32, У1, У2, В1, В2		Экзаменационные вопросы и задания
7	7	Производные и дифференциалы функций многих переменных	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 7	Экзаменационные вопросы и задания

8	8	Локальные экстремумы функций многих переменных	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 8	Экзаменационные вопросы и задания
9	9	Неявные функции	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 8 Учебный спринт 8	Экзаменационные вопросы и задания
10	10	Условный экстремум	31, 32, У1, У2, В1, В2	Учебный спринт 8	Экзаменационные вопросы и задания
11	11	Неопределённый интеграл	31, 32, У1, У2, В1, В2	Расчетная работа № 1,2 на тему: «Неопределённый интеграл»	Экзаменационные вопросы и задания
12	12	Определённый интеграл	31, 32, У1, У2, В1, В2	Расчетная работа № 3 на тему: «Неопределённый интеграл»	Экзаменационные вопросы и задания
13	13	Несобственные интегралы	31, 32, У1, У2, В1, В2		Экзаменационные вопросы и задания
14	14	Числовые ряды	31, 32, У1, У2, В1, В2	Расчетная работа № 4 на тему: «Числовые и степенные ряды»	Экзаменационные вопросы и задания
15	15	Функциональные последовательности и ряды	31, 32, У1, У2, В1, В2		Экзаменационные вопросы и задания
16	16	Степенные ряды	31, 32, У1, У2, В1, В2		Экзаменационные вопросы и задания
17	17	Обыкновенные дифференциальные уравнения	31, 32, У1, У2, В1, В2	Расчетная работа № 5 на тему: «Дифференциальные и разностные уравнения»	Экзаменационные вопросы и задания
18	18	Разностные уравнения	31, 32, У1, У2, В1, В2		Экзаменационные вопросы и задания

### 3. Фонд оценочных средств

3.1. Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по дисциплине, включает в себя оценочные средства для текущей аттестации и промежуточной аттестации.

Коэффициент исполнительской дисциплины рассчитывается по формуле

$$K_{ид} = \frac{K_{зсв}}{n}$$

где

$K_{зсв}$  – количество сданных в установленные в сроки заданий;

$n$  – количество заданий в спринте.

Коэффициент результативности по спринту рассчитывается по формуле

$$K_{сп} = K_{квз} * K_{ид}$$

где

$K_{квз}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания (0..1);

$K_{ид}$  – коэффициент исполнительской дисциплины (0..1). Количество баллов за спринт рассчитывается по формуле

$$B_{\text{сп}} = MБ_{\text{сп}} * K_{\text{сп}}$$

где

$MБ_{\text{сп}}$  - максимально возможное количество баллов за спринт (0..12);

$K_{\text{сп}}$  – коэффициент результативности по спринту (0..1).

Оценка выполнения практических заданий осуществляется в коэффициентах, представленные в таблице 3,1.

Таблица 3.1

Критерии оценки	Оценочный коэффициент
<ul style="list-style-type: none"> <li>-практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя;</li> <li>-показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме,</li> <li>-проявлен творческий подход,</li> <li>-умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы;</li> <li>-работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета.</li> </ul>	1,0 – 0,9
<ul style="list-style-type: none"> <li>-практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя;</li> <li>-показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме,</li> <li>-работа выполнена полностью, но допущено в ней: <ul style="list-style-type: none"> <li>а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета</li> <li>б) или не более двух недочетов.</li> </ul> </li> </ul>	0,8 – 0,7
<ul style="list-style-type: none"> <li>-практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя;</li> <li>-продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала;</li> <li>-выполнено не менее половины работы или допущены в ней <ul style="list-style-type: none"> <li>а) не более двух грубых ошибок,</li> <li>б) не более одной грубой ошибки и одного недочета,</li> <li>в) не более двух-трех негрубых ошибок,</li> <li>г) одна негрубая ошибка и три недочета,</li> <li>д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов</li> </ul> </li> </ul>	0,6 – 0,5
<ul style="list-style-type: none"> <li>-число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания;</li> <li>-если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий</li> </ul>	0,4 – 0,1

3.2. Фонд оценочных средств для текущей аттестации включает:

- типовые задания учебного спринта 1 (Приложение 1);
- типовые задания учебного спринта 2 (Приложение 2);
- типовые задания учебного спринта 3 (Приложение 3);

- типовые задания учебного спринта 4 (Приложение 4);
- типовые задания учебного спринта 5 (Приложение 5);
- типовые задания учебного спринта 6 (Приложение 6);
- типовые задания учебного спринта 7 (Приложение 7);
- типовые задания учебного спринта 8 (Приложение 8);
- вариант расчетной работы № 1 на тему: «Неопределённый интеграл» (Приложение 9);
- вариант расчетной работы № 2 на тему: «Неопределённый интеграл» (Приложение 10);
- вариант расчетной работы № 3 на тему: «Определённый и несобственный интеграл» (Приложение 11);
- вариант расчетной работы № 4 на тему: «Числовые и степенные ряды» (Приложение 12);
- вариант к расчетной работы № 5 на тему: «Дифференциальные и разностные уравнения» (Приложение 13);

3.3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации включает:

- перечень вопросов к экзамену по дисциплине: «Математический анализ» за 1 семестр (Приложение 14);
- пример билета к экзамену по дисциплине: «Математический анализ» за 1 семестр (Приложение 15);
- перечень вопросов к экзамену по дисциплине: «Математический анализ» за 2 семестр (Приложение 16);
- пример билета к экзамену по дисциплине: «Математический анализ» за 2 семестр (Приложение 17).

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 1

1. Найти область определения и множество значений функции.  
а)  $y = 1 + 4\sqrt{-x}$ ; б)  $y = 2 + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ ; в)  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ .
2. Дана функция  $\varphi(x) = \sin x - 1$ . Найти  $\varphi(2 - x) + 1$ .
3. Исследовать функцию на четность и нечетность:  
а)  $f(x) = 2x - \sin x^2$ ; б)  $f(x) = x^2 \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ .
4. Данную сложную функцию представить с помощью цепочек, составленных из основных элементарных функций  $y = \lg \sin \sqrt{x^2 - 1}$ .
5. Построить график функции  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ , используя преобразования графиков основных элементарных функций.

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 2

- |    |   |     |   |
|----|---|-----|---|
| 1) | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$                             | 2)  | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12};$           |
| 3) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$                    | 4)  | $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1^2}{x^3+8} \right);$ |
| 5) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1};$                      | 6)  | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$      |
| 7) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + 7x^3}{\sqrt[4]{x^{12} + x + 1} - x};$ | 8)  | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x-2}}{\sqrt{5x-1}-3};$              |
| 9) | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x - 30}{x^2 - 4x + 3};$                               | 10) | $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3 + x^2} - \sqrt{x^3 + 4}).$          |

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.



## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 3

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin \frac{x}{3}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2)^{x+1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1) \cdot (\ln(x + 3) - \ln x);$$

2. Исследовать на непрерывность функции и построить графики

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & \text{если } x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & \text{если } 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ 1, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad y = 3 \frac{1}{x-2}; \quad y = \frac{4x}{x+1}$$

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 4

З а д а н и е 1. Найти первые производные функций. В заданиях а) и б) дополнительно найти вторые производные.

$$\text{а) } y = 3x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x}; \quad \text{е) } y = \ln \operatorname{tg}(2x+1);$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}; \quad \text{ж) } y = \frac{x^3}{(x-2)^2};$$

$$\text{в) } y = (x+1)^2 \cdot \cos 5x; \quad \text{з) } y = 2^{3x} + 7x^7 + e^{-x^2};$$

$$\text{г) } y = \operatorname{arctg}(e^{2x} + 3); \quad \text{и) } y = 0,7 \operatorname{ctg}^2 x;$$

$$\text{д) } y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x}}; \quad \text{к) } y = x^{\operatorname{arcsin} x}.$$

З а д а н и е 2. Найти уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$ , проходящей параллельно прямой. Сделать чертеж.

$$1. y = x^2 - 4x + 3, \quad y = -4x - 4. \quad 2. y = x^2 - 5x + 4, \quad y = 3x + 1.$$

З а д а н и е 3. Для функций, заданных параметрически, найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

$$\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = t - \sin 2t. \end{cases}$$

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 5

1. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\sin 2x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln^2 x$

2. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76$$

3. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 6

1. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}$ ,  $x = 1,012$ .

2. Найти производную  $y'_x$ :  $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1-t} \end{cases}$ .

3. Найти производную  $n$ -ГО порядка:  $y = \sin 2x + \cos(x+1)$ .

4. Найти производную указанного порядка:  $y = (3-x^2)\ln^2 x$ ,  $y'' = ?$

5. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$ .

6. Провести полное исследование функции и построить ее график:  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .

7. Разложить по формуле Маклорена до  $o(x^n)$  функцию:  $\sin(2x+3)$

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 7

1. Найти область определения функции  $z = \arcsin(x + y)$ . Сделать чертеж.
2. Определить и построить линии уровня функции  $z = 2x + y^2$ .
3. Дана функция  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ . Показать, что  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ .
4. Найти приближенное значение функции в точке  $z = 3x^2 + 2xy$  в точке  $A(1.02, 1.96)$ .
5. Найти частные производные первого порядка, если
  - а)  $xy - e^{xy} + \ln\sqrt{xy} + \sin z = 1$ ;
  - б)  $z = \frac{u^2}{r+4}$ ,  $u = \operatorname{arcctg}\sqrt{x+y}$ ,  $r = e^{xy}$ .

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Учебный спринт 8

1. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .
2. Найти экстремумы функции  $z = e^{xy}$  при условии, что  $x + y = 1$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - y^2$  в замкнутой области  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
4. Найти  ~~$\frac{\partial z}{\partial x}$~~  и производную в точке  $A(-1; -2)$  по направлению вектора  $\vec{a} = (1; -1)$ , если  $z = 2xy^2 + 4x^2 - 1 + y$ .

**Критерии оценки:**  $K_{\text{КВЗ}}$  – коэффициент результативности за контрольные вопросы и задания от 0 до 1.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Вариант расчетной работы № 1 на тему: «Неопределённый интеграл»

Вычислить неопределенные интегралы.

1.  $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2 - 2x}}{\sqrt{x}} dx$
2.  $\int \sqrt{3 + x} dx$
3.  $\int \frac{dx}{3 - x}$
4.  $\int \sin(2 - 3x) dx$
5.  $\int \frac{\sqrt{3} dx}{9x^2 - 3}$
6.  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$
7.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 5x^2}}$
8.  $\int e^{2x-7} dx$
9.  $\int \frac{dx}{(2x+1)^3 \sqrt{\ln^2(2x+1)}}$
10.  $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$
11.  $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{\cos^2 x} dx$
12.  $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx$
13.  $\int \frac{x dx}{e^{3x^2+4}}$
14.  $\int \frac{x-1}{7x^2+4} dx$

**Критерии оценки:**

1 балл выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание №№ 1 – 8 контрольной работы;

2 балла выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание №№ 9 – 14 контрольной работы.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Вариант расчетной работы № 2 на тему: «Неопределённый интеграл»

Вычислить неопределенные интегралы.

1.  $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$
2.  $\int \frac{\sin 2x}{1+3\cos x} dx$
3.  $\int \frac{1-2x-x^3}{1+x^2} dx$
4.  $\int \sin^2(1-x) dx$
5.  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$
6.  $\int \sin 3x \cos x dx$
7.  $\int \frac{dx}{4x^2-5x+4}$
8.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}$
9.  $\int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx$
10.  $\int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx$

**Критерии оценки:**

3 балла выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание контрольной работы.



## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Вариант расчетной работы № 3 на тему: «Определённый и несобственный интеграл»

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  
 $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .
4. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

**Критерии оценки:**

5 баллов выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание контрольной работы.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

## Вариант расчетной работы № 4 на тему: «Числовые и степенные ряды»

1. Пользуясь необходимым признаком сходимости, показать, что ряд  $1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$  расходится.

2. С помощью признака Даламбера решить вопрос о сходимости ряда  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$

3. Пользуясь признаком Лейбница, исследовать на сходимость знакопередающийся ряд  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x-4)^n}{2^{n-1}}$ .

**Критерии оценки:**

3 балла выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание контрольной работы №№ 1 – 3;

6 баллов выставляется обучающемуся за верно выполненное задание №4 контрольной работы.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Математики и прикладных ИТ

Вариант расчетной работы № 5 на тему: «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $xudx + (x + 1)dy = 0$ .
2. Проинтегрировать уравнение  $xy' - 2y = 2x^4$ .
3. Найти решение задачи Коши  $x^2 y^2 y' + xy^3 = 1, \quad y(1) = 0$ .
4. Решить уравнение  $(2x + 3x^2 y)dx + (x^3 - 3y^2)dy = 0$ .

**Критерии оценки:**

5 баллов выставляется обучающемуся за каждое верно выполненное задание №№ 1 – 3 контрольной работы;

10 баллов выставляется обучающемуся за верно выполненное задание № 4 контрольной работы.

**Перечень вопросов к экзамену  
по дисциплине «Математический анализ»  
за 1 семестр**

1. Определения предела числовой функции по Гейне и по Коши.
2. Эквивалентность двух определений.
3. Свойства функций, имеющих предел.
4. Критерий Коши существования предела функции.
5. Предел по множеству.
6. Односторонние пределы.
7. Предел монотонной функции.
8. Бесконечные пределы функции.
9. Частичные пределы, верхний и нижний пределы функции.
10. Замечательные пределы.
11. Сравнение роста функций.
12. Символы Э. Ландау «O» и «o».
13. Примеры сравнения роста функций.
14. Эквивалентные функции.
15. Непрерывность функции в точке.
16. Односторонняя непрерывность.
17. Непрерывность функции на промежутке.
18. Локальные свойства непрерывных функций.
19. Непрерывность сложной функции.
20. Непрерывность обратной функции.
21. Непрерывность элементарных функций.
22. Точки разрыва и их классификация.
23. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях, теорема Кантора о равномерной непрерывности.
24. Векторы.
25. Линейные операции над векторами.
26. Проекция вектора на ось.
27. Декартовы координаты векторов и точек.
28. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.
29. Векторное и смешанное произведения векторов, их основные свойства и геометрический смысл.

30. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.
31. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
32. Дифференцируемость функции.
33. Сравнение понятий производной и дифференцируемости.
34. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
35. Сравнение понятий непрерывности и дифференцируемости.
36. Критерий дифференцируемости.
37. Дифференцирование арифметических операций.
38. Дифференцирование обратной функции.
39. Дифференцирование сложной функции.
40. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
41. Производные элементарных функций. Высшие производные.
42. Высшие дифференциалы.
43. Формула Лейбница.
44. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
45. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
46. Первое правило Лопиталя (неопределённость вида  $\frac{0}{0}$ ).
47. Второе правило Лопиталя (неопределённость вида  $\frac{\infty}{\infty}$ ).
48. Неопределённости других видов.
49. Многочлен Тейлора.
50. Общий вид формулы Тейлора.
51. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
52. Единственность представления функции многочленом.
53. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Шлёмилля-Роша, Лагранжа, Коши.
54. Формула Тейлора в дифференциалах.
55. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора.
56. Критерий постоянства функции.
57. Условие строгой монотонности функции.
58. Локальные экстремумы.
59. Необходимое условие локального экстремума.
60. Достаточные условия локального экстремума в терминах первой, второй, n-ой производной.
61. Выпуклые функции.
62. Достаточное условие строгой выпуклости в терминах первой и второй производной.
63. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной.
64. Неравенство Йенсена.
65. Неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского.
66. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба.
67. Достаточное условие перегиба.

68. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба.
69. Асимптоты функции.
70. Первообразная.
71. Строение множества первообразных.
72. Начальные условия Коши.
73. Неопределенный интеграл.
74. Табличные интегралы.
75. Свойства неопределённого интеграла.
76. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле.

**Критерии оценки:**

91 – 100 баллов (оценка «отлично») выставляется обучающемуся, верно ответившему на все вопросы в билете.

76 – 90 баллов (оценка «хорошо») выставляется обучающемуся, верно ответившему на один теоретический и практический вопрос в билете.

61 – 75 баллов (оценка «удовлетворительно») выставляется обучающемуся, верно ответившему на один теоретический или практический вопрос в билете.

0 – 60 баллов (оценка «не удовлетворительно») выставляется обучающемуся, неверно ответившему ни на один вопрос в билете.

Дисциплина: Математический анализ.

**Экзаменационный билет №1**

**1 семестр**

1. Дифференцируемость функции.
2. Первое правило Лопиталя (неопределённость вида  $\frac{0}{0}$ ).
3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд  
 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$
4. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ С.В. Овчинникова

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ О.М. Барбаков

**Перечень вопросов к экзамену  
по дисциплине «Математический анализ»  
за 2 семестр**

1. Интегрирование рациональных функций.
2. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
3. Дифференциальный бином.
4. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
5. Подстановки Эйлера.
6. Интегрирование тригонометрических выражений.
7. Универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Интегрирование трансцендентных функций.
9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
10. Определение интеграла Римана.
11. Интеграл Римана, как предел по базе.
12. Интеграл Римана на языке последовательностей.
13. Ограниченность интегрируемой функции.
14. Неинтегрируемость по Риману функции Дирихле.
15. Интегральные суммы Дарбу и их свойства.
16. Критерий интегрируемости Римана.
17. Критерий интегрируемости в терминах колебаний функции.
18. Интегрируемость непрерывной функции и функции, имеющей конечное число точек разрыва.
19. Интегрируемость монотонной функции.
20. Интегрируемость сложной функции.
21. Арифметические операции с интегрируемыми функциями.
22. Верхний и нижний интегралы Дарбу.
23. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу.
24. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу.
25. Основные свойства определённого интеграла: интеграл от единицы, монотонность, линейность, аддитивность.
26. Неравенства для интегралов.
27. Первая теорема о среднем значении.
28. Интеграл с переменным верхним пределом.
29. Непрерывность интеграла по верхнему пределу.
30. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу.



31. Вторая теорема о среднем значении. Формула Ньютона-Лейбница.
32. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
33. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
34. Интегральные неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского и Минковского.
35. Определение несобственного интеграла с одной особой точкой.
36. Формула Ньютона-Лейбница для несобственных интегралов.
37. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.
38. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
39. Абсолютная сходимость интеграла.
40. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.
41. Частные производные.
42. Геометрический смысл частных производных.
43. Частные производные и непрерывность.
44. Дифференцируемость функции.
45. Критерий дифференцируемости.
46. Сравнение понятий частных производных и дифференцируемости.
47. Сравнение понятий дифференцируемости и непрерывности.
48. Касательная плоскость и геометрический смысл дифференцируемости.
49. Дифференциал.
50. Геометрический смысл дифференциала.
51. Правило дифференцирования сложной функции.
52. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
53. Производная по направлению. Градиент.
54. Частные производные высших порядков.
55. Теорема о равенстве смешанных производных.
56. Непрерывно дифференцируемые функции.
57. Дифференциалы высших порядков.
58. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменных.
59. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.
60. Формула конечных приращений.
61. Понятие локального экстремума.
62. Необходимое условие экстремума.
63. Достаточное условие локального экстремума.
64. Понятие условного экстремума.
65. Необходимое условие условного экстремума.

66. Метод неопределённых множителей Лагранжа.
67. Достаточное условие условного экстремума в методе Лагранжа.
68. Понятие числового ряда.
69. Сходящиеся ряды, сумма ряда.
70. Критерий Коши сходимости ряда.
71. Свойства сходящихся рядов.
72. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.
73. Интегральный признак Коши-Маклорена.
74. Ряд Римана. Признаки сравнения.
75. Признак Коши.
76. Признак Даламбера.
77. Признак Куммера. Признак Раабе.
78. Признак Ермакова.
79. Признак Лейбница.
80. Оценка остатка ряда Лейбница.
81. Преобразование Абеля конечных сумм.
82. Признаки Абеля и Дирихле.
83. Абсолютно сходящиеся ряды.
84. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах.
85. Перестановка членов в условно сходящихся рядах (теорема Римана).
86. Умножение рядов.
87. Двойные и повторные пределы по базе.
88. Двойные и повторные ряды.
89. Бесконечные произведения и их связь с рядами.
90. Абсолютно сходящиеся бесконечные произведения.
91. Представление Эйлера для дзета-функции Римана.
92. Последовательности функций.
93. Поточечная сходимость.
94. Равномерная сходимость.
95. Метрический критерий равномерной сходимости.
96. Признак Дини равномерной сходимости.
97. Критерий Коши равномерной сходимости.
98. Непрерывность равномерного предела непрерывных функций.
99. Предельный переход под знаком интеграла.
100. Предельный переход под знаком производной.
101. Ряды функций.
102. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда.
103. Критерий Коши равномерной сходимости ряда.
104. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда.
105. Непрерывность суммы функционального ряда.
106. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов.
107. Разложение синуса в бесконечное произведение.

108. Ещё о двойных и повторных пределах по базе.
109. Понятие степенного ряда. Первая теорема Абеля.
110. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
111. Формула Коши-Адамара. Непрерывность суммы степенного ряда.
112. Вторая теорема Абеля.
113. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
114. Действия со степенными рядами.
115. Понятие аналитической функции.
116. Аналитичность суммы степенного ряда.
117. Единственность представления функции в виде степенного ряда. Пример бесконечно дифференцируемой, но не аналитической функции.
118. Ряд Тейлора. Достаточное условие аналитичности функции.
119. Аналитичность основных элементарных функций.
120. Принцип единственности для аналитических функций.
121. Пять основных разложений в степенные ряды.
122. Аналитические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера.
123. Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейные, однородные, уравнение Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.
124. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков.
125. Уравнения второго порядка, приводимые к первому порядку.
126. Однородные дифференциальные линейные уравнения.
127. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения.
128. Системы линейных дифференциальных уравнений.
129. Дифференциальные уравнения в экономике.
130. Разностные уравнения  $k$ -порядка.
131. Общие сведения. Однородные и неоднородные разностные уравнения.
132. Характеристическое уравнение.
133. Системы линейных разностных уравнений..

### **Критерии оценки:**

91 – 100 баллов (оценка «**отлично**») выставляется обучающемуся, верно ответившему на все вопросы в билете.

76 – 90 баллов (оценка «**хорошо**») выставляется обучающемуся, верно ответившему на один теоретический и практический вопрос в билете.

61 – 75 баллов (оценка «**удовлетворительно**») выставляется обучающемуся, верно ответившему на один теоретический или практический вопрос в билете.

1 – 60 баллов (оценка «**не удовлетворительно**») выставляется обучающемуся, неверно ответившему ни на один вопрос в билете.

Дисциплина: Математический анализ.

**Экзаменационный билет №1**

**2 семестр**

1. Интеграл с переменным верхним пределом.
2. Геометрический смысл дифференциала.
3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $xydx + (x + 1)dy = 0$ .
4. Дана функция  $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$ . Проверить, удовлетворяет ли она данному уравнению  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ .

Преподаватель \_\_\_\_\_ С.В. Овчинникова

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ О.М. Барбаков